Semaine du 23/09 au 28/09.

1 Opérateurs $\sum$ et $\prod$

- Définition et notation des opérateurs $\sum$ et $\prod$.
- Manipulation des opérateurs $\sum$ et $\prod$: propriétés algébriques, changement d'indices, télescopage.
- Linéarité de la somme et changement d'indices. Exemples de télescopage.
- Formule de BERNOULLI pour les complexes :

$$\forall (a,b,n) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{N},\ a^n - b^n = (a-b)\left(\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{(n-1)-k}\right).$$

- Calcul de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a^k$ pour $a \in \mathbb{R}$ et de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$.
- **Généralisation :** calcul de la somme des termes d'une suite arithmétiques et d'une suite géométrique.
- Sommes classiques à connaître : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2$ et $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3$. Plusieurs méthodes de démonstration.
- Formule du binôme de NEWTON pour les complexes (Admise pour le moment) :

$$\forall (a,b,n) \in \mathbb{C}^2 \times \mathbb{N},\ (a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} b^k a^{n-k}.$$

2 Le corps des complexes

2.1 Définitions

- Idée de la construction de $\mathbb{C}$ à partir de $\mathbb{R}^2$. $\mathbb{C}$ est un corps (La définition précise sera vue ultérieurement).
- Partie réelle et partie imaginaire. Image d'un complexe, affixe d'un point , affixe d'un vecteur.

2.2 Propriétés algébriques

- Conjugué d'un complexe. Propriétés élémentaires. Relations avec la partie réelle et la partie imaginaire.
- Module d'un nombre complexe. Calculs avec les modules.
- Première inégalité triangulaire. Cas d'égalité. Interprétation géométrique.
- Deuxième inégalité triangulaire.
- Ensemble $\mathbb{U}$. Propriétés.

2.3 Forme trigonométrique

- On admet l'existence de l'exponentielle de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{U}$ qui à un réel x associe e^{ix} et on admet le lien avec cos et sin. C'est une application surjective :

$$\forall z \in \mathbb{U},\ \exists \theta \in \mathbb{R} \ /\ z = e^{i\theta}.$$

D'autre part, deux éléments de $\mathbb{R}$ ont la même image ssi il sont congrus modulo $2\pi\mathbb{Z}$.

- Formules d'EULER et de MOIVRE.
- **Application :** calculs de $C_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \cos(a+k\theta)$ et $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \sin(a+k\theta)$ pour $(a,\theta) \in \mathbb{R}^2$ et $n \in \mathbb{N}$.
- Notion d'argument. Argument principal. Calculs sur les arguments. Interprétation géométrique.
- Égalité de deux complexes sous forme trigonométrique.
- Passage de la forme $a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t)$ à la forme $A\cos(\omega t - \varphi)$.

2.4 Résolution d'équations dans $\mathbb{C}$

- Racine carrée d'un nombre complexe. Résolution d'une équation du second degré.
- Lien avec la détermination de deux complexes dont on connaît la somme et le produit.
- Racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité. Il y en a exactement n : c'est les $\omega_k = e^{\frac{2ik\pi}{n}}$ pour $k \in [\![0\,,\,n-1]\!]$.
- Notation $\mathbb{U}_n$ pour l'ensemble des racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité. Interprétation géométrique.
- Exemples de $\mathbb{U}_2$, $\mathbb{U}_3$ et $\mathbb{U}_4$.
- Racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe non nul. Lien avec les racines $n^{\text{ièmes}}$ de l'unité.

2.5 Trigonométrie

- Exponentielle complexe. Résolution générale de l'équation $exp(z) = u$.
- Fonction `tan`. Étude et courbe représentative.
- Formules de trigonométrie.
- Linéarisation et opération inverse.

3 Prévisions

- Fin du chapitre.
- Ensembles et applications.

Colles de maths

- 27 semaines et 1 colle par semaine.
- **Déroulement de la colle :**
  - Une question de cours (qdc) à traiter en 15 minutes au maximum.
  - Un ou plusieurs exercices.

La qdc est essentielle, elle permet d'évaluer votre travail et votre compréhension du cours. Si vous ne savez pas faire cette qdc, vous aurez une note strictement inférieure à 10.
Réciproquement, si vous traitez dans le temps imparti votre qdc et que vous ne montrez pas de lacunes dans la suite, vous aurez au moins 10.

Bon courage, bon travail !