

## Semaine du 30/09 au 05/10.

### 1 Opérateurs $\sum$ et $\prod$

- Sommes doubles, sommes triangulaires. Interverson des sommes.

### 2 Le corps des complexes

#### 2.1 Application à la géométrie du plan

- Rappels : le plan  $\mathcal{P}$  est rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé et direct et on peut alors l'identifier à  $\mathbb{C}$ . Interprétations du module et de l'argument.
- Disque ouvert, disque fermé et cercle.
- Définition du barycentre. Existence et unicité. Affixe du barycentre. NB : L'associativité du barycentre n'a pas été vue.
- Pour  $f : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ , on note  $\tilde{f} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  l'application complexe correspondante.
- Étude des translations, homothéties et rotations.
- Définition d'une similitudes directes par son expression complexe. Exemples.
- Composition de deux similitudes directes.
- Classification des similitudes directes.
- Corollaire : composition de deux homothéties, de deux rotations.
- Réflexion : uniquement  $z \mapsto \bar{z}$ .

### 3 Raisonnement et généralités

- Quelques éléments de logique : table de vérité, négation, conjonction, disjonction et implication.
- Raisonnement direct, contraposée.
- Raisonnement par l'absurde. Exemple :  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  (preuve élémentaire sans utiliser le lemme de GAUSS).
- CN, CS et CNS. Exemples.
- Manipulation des quantificateurs  $\exists$  et  $\forall$ .

### 4 Ensembles et applications

#### 4.1 Ensembles

- Exemples. Inclusion. Égalité.
- Ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ .
- Opérations usuelles sur les parties d'un ensemble : union, intersection, différence et complémentaire.
- Complémentaire d'une union, d'une intersection. Distributivité. Associativité.
- Lien entre les propositions logiques et les opérations sur les ensembles.
- Produit cartésien.

#### 4.2 Applications

##### 4.2.1 Définitions

- Définition d'une application comme un triplet  $(E, F, G)$ . Notations  $\mathcal{F}(E, F)$  et  $F^E$ .
- Représentations cartésienne et sagittale.
- Égalité de deux applications.
- Application identité. Projections à partir d'un produit cartésien.

### 4.2.2 Opérations

- Restriction et prolongement d'une application. Corestriction.
- Composition de deux applications. Associativité de la composition.

### 4.2.3 Propriétés

- Applications injectives, surjectives et bijectives. Exemples.
- Théorème de composition des applications injectives, surjectives et bijectives.
- « Pseudo-réciproque » : si  $f \circ g$  est injective alors  $g$  est injective et si  $f \circ g$  est surjective alors  $f$  est surjective.
- Théorème de la bijection :

$f : E \rightarrow F$  est bijective **ssi** il existe  $g : F \rightarrow E$  telle que  $f \circ g = Id_F$  et  $g \circ f = Id_E$ .

Dans ce cas,  $g$  est unique et bijective.

- Application réciproque d'une bijection.
- Dans le cas d'applications bijectives :  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ .

## 5 Prévisions

- Fin du chapitre.