Semaine du 14/10 au 19/10.

1 Fonctions usuelles

1.1 Introduction

- On admet qu'une fonction dérivable dont la dérivée est nulle sur un intervalle est constante.
- On admet que la composée de fonctions dérivables est dérivable et l'expression de la dérivée.
- On admet l'existence des primitives pour une fonction f continue sur I.
- On admet le théorème de la bijection continue et le cas dérivable.

1.2 Logarithmes et exponentielles

- Construction du logarithme népérien. Propriétés fonctionnelles. Étude de la fonction.
- Construction de la fonction exponentielle. Propriétés fonctionnelles. Étude de la fonction.
- Logarithme de base $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ et exponentielle de base $a \in \mathbb{R}_+^*$. Définitions, notations et propriétés élémentaires.
- Fonctions puissances dans le cas d'un exposant dans $\mathbb{Z}$. Bijection réciproque dans le cas d'un exposant impair dans $\mathbb{N}$.
- Fonctions puissances dans le cas général. Définition sur $\mathbb{R}_+^*$ puis prolongement par continuité en 0 quand c'est possible.
- Étude de la dérivabilité en 0 dans ce cas.
- Comparaison des fonctions $x \mapsto \exp(x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(x)^\beta$ et $x \mapsto x^\gamma$ avec $(\alpha, \beta, \gamma) \in {\mathbb{R}_+^*}^3$.
- Notation o (une définition précise sera vue plus tard).

1.3 Fonctions hyperboliques

- Décomposition en somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire. Existence et unicité.
- Étude complète des fonctions ch, sh et th.
- La seule formule de trigo hyperbolique du programme est : $\mathrm{ch}^2 - \mathrm{sh}^2 = 1$.

1.4 Fonctions trigonométriques

- On admet l'existence ainsi que les propriétés usuelles des fonctions cos, sin et tan (déjà vues dans un chapitre précédent).
- Les formules de trigonométrie, vues dans un chapitre précédent, sont à réviser.
- Une fonction impaire et bijective a une bijection réciproque impaire.
- Étude complète des fonctions Arcsin et Arccos.
- On a la relation suivante :

$$\forall x \in [-1, 1],\ \mathrm{Arcsin}(x) + \mathrm{Arccos}(x) = \frac{\pi}{2}.$$

- Étude complète de la fonction Arctan.
- On a la relation suivante :

$$\forall x \in \mathbb{R}^*,\ \mathrm{Arctan}(x) + \mathrm{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right) = \pm\frac{\pi}{2}.$$

2 L'ensemble $\mathbb{N}$

2.1 L'ensemble $\mathbb{N}$

- Les points suivants sont admis :
  - La construction de $\mathbb{N}$.
  - Les propriétés usuelles.
  - Toute partie de $\mathbb{N}$ non vide possède un plus petit élément.
- Toute partie B de $\mathbb{N}$, non vide et majorée, possède un plus grand élément.
- Divisibilité dans $\mathbb{N}$ (uniquement la définition).
- Division euclidienne dans $\mathbb{N}$. Existence et unicité.
- Récurrence. Récurrence à deux pas. Récurrence forte.
- Écriture en base $b \geqslant 2$ d'un nombre $n \in \mathbb{N}^*$. Existence et unicité. Algorithme d'obtention des chiffres.

2.2 Ensembles finis

✏ J'ai donné les résultats suivants sur les ensembles finis sans démonstrations sauf les deux derniers points.

- Cardinal d'un ensemble. Cas de $\emptyset$.
- Soient E et F deux ensembles finis. CNS d'existence d'une injection / surjection / bijection de E dans F.
- Soient E et F deux ensembles finis de même cardinal et $f : E \to F$. Alors,

$$f \text{ surjective} \iff f \text{ injective} \iff f \text{ bijective.}$$

- Soit E un ensemble fini et A une partie de E. Dans ce cas, A est fini, $Card(A) \leqslant Card(E)$ et on a $Card(A) = Card(E)$ ssi $A = E$.
- Soient E un ensemble, A et B deux parties finies de E. Dans ce cas $A \cup B$ est fini et

$$Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B).$$

- Généralisation dans le cas de parties finies, 2 à 2 disjoints, d'un ensemble.
- E et F deux ensembles finis. Alors

$$Card(E \times F) = Card(E)Card(F).$$

- E et F deux ensembles finis. Alors $\mathcal{F}(E, F) = F^E$ est fini de cardinal $(Card(F))^{Card(E)}$.
- E un ensemble fini. Alors $\mathcal{P}(E)$ est fini de cardinal $2^{Card(E)}$.
- Toute partie finie et non vide de $(E, \preceq)$, un ensemble totalement ordonné, possède un ppe et un pge.
- Toute partie B de $\mathbb{N}$, non vide et majorée, possède un plus grand élément. (Deuxième démonstration).

3 Prévisions

- Vacances.
- Structures algébriques.