Semaine du 24/11 au 29/11.

1 Les réels

➻ La construction de $\mathbb{R}$ et les propriétés usuelles sont admises.

1.1 Valeur absolue

➻ Définition de la valeur absolue d'un réel. Distance entre deux réels.
➻ Propriétés élémentaires de la valeur absolue.
➻ Inégalités triangulaires : $\big||x|-|y|\big| \leqslant |x+y| \leqslant |x|+|y|$. Cas d'égalité à droite.
➻ Deux inégalités classiques :

- $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2,\ |ab| \leqslant \dfrac{a^2+b^2}{2}$;
- $\forall n \in \mathbb{N},\ \forall x \in \mathbb{R},\ (x \geqslant -1) \Rightarrow (1+x)^n \geqslant 1+nx$.

➻ Définition de la droite réelle achevée $\overline{\mathbb{R}}$.

1.2 Borne supérieure et inférieure

➻ Les notions suivantes ont déjà étés vues dans un chapitre précédent : majorant, minorant, plus petit (min) et plus grand (max) élément d'un ensemble.
➻ Définition de la borne supérieure et de la borne inférieure d'un ensemble.
➻ Si un ensemble A possède un plus grand élément alors c'est aussi la borne sup de A. Idem avec borne inférieure.
➻ Pour A une partie de $\mathbb{R}$, on définit $B=-A$. Lien entre $\sup(A)$ et $\inf(B)$.
➻ Caractérisation de la borne supérieure. Caractérisation de la borne inférieure.
➻ Théorème fondamental **(Admis)** : Toute partie de $\mathbb{R}$ non vide et majorée possède une borne supérieure.
➻ Corollaire : Toute partie de $\mathbb{R}$ non vide et minorée possède une borne inférieure.
➻ Définition de la borne sup d'une fonction f définie sur un ensemble X et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Caractérisation.

1.3 Les intervalles de $\mathbb{R}$

➻ Liste de tous les types d'intervalles. Intervalles fermés, intervalles ouverts. Intervalle non trivial.
➻ Définition d'une partie convexe de $\mathbb{R}$.
➻ Théorème : Une partie A de $\mathbb{R}$ est convexe ssi c'est un intervalle.

1.4 Partie entière d'un réel

➻ Propriété d'Archimède.
➻ Définition de la partie entière (existence et unicité). Notation $\lfloor x \rfloor$ et $E(x)$.
➻ Caractérisation de $\lfloor x \rfloor$ comme étant le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x.
➻ Résultats élémentaires sur les parties entières.
➻ Partie fractionnaire. Caractérisation.
➻ Courbes des fonctions E et $frac$.
➻ Approximation à ϵ près d'un réel. Approximation décimale d'un réel à 10^{-n} près.
➻ Pour A une partie de $\mathbb{R}$, on dit que A est dense dans $\mathbb{R}$ si, pour tout couple $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a<b$, il existe un élément de A entre a et b.
➻ Les ensembles $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ sont denses dans $\mathbb{R}$.

2 Les suites réelles

2.1 Généralités

- Définition d'une suite. Opérations sur les suites. Structure d'anneau.
- Relation d'ordre.
- Suites minorées, suites majorées et suites bornées.
- L'ensemble des suites bornées est stable par addition, multiplication et multiplication par un réel. Sous-anneau.
- Monotonie. Suites stationnaires. Extension des notions « à partir d'un certain rang ».

2.2 Limite d'une suite

- Définition de la limite d'une suite. Convergence. Divergence.
- Unicité de la limite (2 preuves).
- Une suite convergente est bornée.
- Divergence vers $\pm\infty$.

2.3 Limites et encadrement

- Le produit d'une suite bornée et d'une suite qui converge vers 0 converge vers 0.
- Une suite qui converge vers $l \in]k, k'[$ à ses termes dans $]k, k'[$ à partir d'un certain rang.
- Passage à la limite dans les inégalités.

3 Prévisions

- Fin du chapitre.